

## РАЗРАБОТКА МЕТОДА РАСЧЕТА РАДИАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ ПРИ НАМОТКЕ И РАЗМОТКЕ КАНАТОВ НА БАРАБАН

Заболотный К. С., Жупиев А. Л., Рутковский М. А.

Разработан метод расчета радиальной нагрузки при намотке и размотке канатов на барабан шахтной подъемной машины, позволяющий определить радиальное давление навитых витков с учетом влияния лобовин и подкреплений, а также положения наматываемого и разматываемого канатов. Метод заключается в рекуррентном процессе решения последовательности систем уравнений, соответствующих навивке каждого витка, полученных на основании математической модели намотки каната на барабан шахтной подъемной машины, в виде последовательного надевания колец с учетом уравнений совместности деформаций, условия упругого деформирования колец, уравнений равновесия. По сравнению с известными методами данный метод позволяет учесть влияние жесткостных характеристик конструкции барабана на ослабление натяжения каната.

Розроблено метод розрахунку радіального навантаження при намотуванні і розмотуванні канатів на барабан шахтної підйомної машини, що дозволяє визначити радіальний тиск навитих витків з урахуванням впливу лобовини і підкріплень, а також положення намотуваного і розмотуваного канатів. Метод полягає в рекуррентному процесі вирішення послідовності систем рівнянь, відповідних навивки кожного витка, отриманих на підставі математичної моделі намотування каната на барабан шахтної підйомної машини, у вигляді послідовного надягання кілець з урахуванням рівнянь спільності деформацій, умови пружного деформування кілець, рівнянь рівноваги. У порівнянні з відомими методами даний метод дозволяє врахувати вплив характеристик жорсткості конструкції барабана на ослаблення натягу каната.

Developed a method for calculating the radial load during winding and unwinding rope on the drum hoist, which allows to determine the radial pressure wound coils with the influence side shell and reinforcements, as well as provisions of winding and unwinding cables. The method consists in a recurrent process of solving systems of equations corresponding to the sequence of coiling of each turn derived from a mathematical model of winding the rope on the drum shaft hoisting machines, putting in a series of rings with the strain compatibility equations, the terms of the elastic deformation of the rings, the equilibrium equations. Compared to the known, the method allows to take into account the effect of the stiffness characteristics drum construction on strain rope relief.

Заболотный К. С.

д-р техн. наук, проф. НГУ

Жупиев А. Л.

ст. преп. НГУ

Рутковский М. А.

аспирант, мл. науч. сотрудник НГУ

[gem99@mail.ru](mailto:gem99@mail.ru)

НГУ – Национальный горный университет, г. Днепропетровск.

УДК 622.673.1; 621.778.27

Заболотный К. С., Жупиев А. Л., Рутковский М. А.

### РАЗРАБОТКА МЕТОДА РАСЧЕТА РАДИАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ ПРИ НАМОТКЕ И РАЗМОТКЕ КАНАТОВ НА БАРАБАН

Повышение конкурентоспособности шахтных подъемных машин (ШПМ) на внешнем рынке связано с уменьшением металлоемкости и повышением долговечности. Для их совершенствования отечественными учеными разработан целый комплекс методических рекомендаций по выбору рациональных параметров горных машин. Но их использование, из-за сложности объекта проектирования, не позволяет достичь необходимых результатов. Поэтому разработка современных методов расчета таких машин является актуальной научной проблемой, в рамках которой решается данная научная задача.

Для выбора параметров ШПМ необходимо точное определение нагрузок, которые барабан воспринимает при намотке каната. Известно, что при деформации барабана происходит ослабление натяжения ранее намотанных витков каната. Это ослабление возникает из-за того, что под действием канатной нагрузки барабан деформируется в радиальном направлении. В работе К.С. Заболотного [1] сделан вывод о том, что натяжение в навитых витках каната вследствие деформации барабана изменяется незначительно, поэтому радиальное канатное давление находится из выражения:

$$q = \frac{S}{R \cdot t}, \quad (1)$$

где  $S$  – натяжение соответствующей ветви каната, изменяющееся в процессе подъема;  
 $R$  – средний радиус оболочки барабана;  
 $t$  – шаг каната на барабане.

В работе Ф. Л. Шевченко [2] при приближенных прочностных расчетах пользуется уравнением (1), но для определения действительных напряжений рекомендует учитывать работу колец жесткости и ослабление навитого каната.

Б. С. Ковальским [3] предложен метод определения канатных нагрузок на барабан ШПМ, рассматриваемый как полубесконечная гладкая неподкрепленная осесимметричная оболочка. Основываясь на этом методе, ПАО «НКМЗ» разработана методика расчета барабанов ШПМ типа ЦР, в которой к выражению (1) добавлялся поправочный коэффициент уменьшения радиального давления каната на барабан  $\psi_0 = 0,873$ . Такой подход не позволяет учесть влияние лобовин и подкреплений, а также положения наматываемого и разматываемого канатов на ослабление радиального давления каната. Вследствие этого, на этапе проектирования барабана, расчетные нагрузки занижаются, что в свою очередь может привести к уменьшению прочности и долговечности его конструкции.

Таким образом, разработка метода расчета радиального давления при намотке и разматке канатов на подкрепленный барабан шахтной подъемной машины является актуальной научной задачей.

Целью работы является разработка метода расчета радиальной нагрузки при намотке и разматке канатов на барабан, позволяющего определить радиальное давление навитых витков.

Для достижения цели поставлены такие задачи:

- разработать математическую модель намотки и разматки канатов на барабан;
- оценить достоверность полученной модели.

ШПМ типа ЦР имеют разрезные барабаны, состоящие из широкой заклиненной и узкой переставной частей. На переставную часть наматывается малое количество витков, поэтому ослабление натяжения в них незначительно. В процессе работы машин типа ЦР на заклиненный барабан одновременно наматывается головной и разматывается порожняковый канаты.

Для того чтобы ветви канатов при работе установки не пересекались, между ними предусматривается зазор, который соответствует определенному числу канавок (зона свободных канавок) спиральной намотки барабана. Таким образом, при работе установки напряженно деформированное состояние барабана меняется во времени и на него могут повлиять следующие факторы: число витков трения  $N_{mp}$ , число канавок свободных от витков  $N_{св}$ , место их расположения на барабане. А это, соответственно, может повлиять на величину натяжения и изменить величину радиального давления навитых витков канатов на барабан.

Рассмотрим распределение витков заклиненной части барабана ШПМ типа ЦР (рис. 1). Без ограничения общности можно считать, что порожняковый канат наматывается на заклиненную часть барабана, а грузовой – начинает намотку с переставной части.

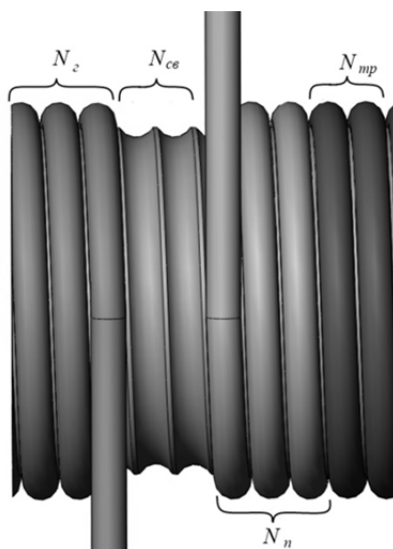


Рис. 1. Распределение витков на заклиненной части барабана

Слева на барабан навито  $N_2$  витков головного каната, а справа  $N_n$  витков порожнякового каната при изначально навитых витках трения  $N_{mp}$ . Между витками порожнякового и головного канатов предусмотрен зазор  $N_{св}$  канавок для того, чтобы канаты при работе установки не пересекались. Тогда общее число канавок  $N = N_2 + N_{св} + N_n + N_{mp}$ .

Поскольку максимальные напряжения возникают при намотке головного каната на барабан с уже навитыми витками порожнякового каната нужно рассмотреть два последовательных расчетных случая:

- 1) размотка головного каната и намотка порожнякового,
- 2) размотка порожнякового каната и намотка головного.

Для обоих расчетных случаев учитываются витки трения  $N_{mp}$  порожнякового каната, натяжение в которых изменяется по закону Эйлера в окружном направлении. Примем допущение, аналогично методике ПАО «НКМЗ», что в осевом направлении действует линейный закон изменения натяжения каната, при котором нагрузка от витков трения будет расти от нуля до усилия первого наматываемого витка порожнякового каната под действием концевой нагрузки.

В общем случае на заклиненной части барабана находятся две зоны навитых витков каната: левая – для головного каната, правая – для порожнякового. Обозначим номер канавки, на которую в данный момент наматывается канат через  $k$ .

В первом расчетном случае, когда головной канат разматывается, а порожняковый наматывается, в общем случае, зона навитых витков головного каната находится в пределах от первой канавки до  $k - N_{св}$ . Зона витков порожнякового каната лежит в пределах от  $k$ -й канавки до  $N - N_{mp}$ .

Во втором расчетном случае, когда порожняковый канат разматывается, а головной наматывается, зона навитых витков головного каната находится в пределах от первой канавки до  $k - N_{ce}$ . Зона витков порожнякового каната лежит в пределах от  $k$ -й канавки до  $N - N_{mp}$ .

Определим зависимость радиального давления на подкрепленный барабан по ширине барабана (от номера канавки  $j$ ) при общем количестве канавок  $N$ , витков трения  $N_{mp}$  и свободных канавок  $N_{ce}$ .

Намотку-размотку можно представить как рекуррентный процесс, описываемый системой уравнений:

$$\begin{cases} [M(k, r_1, \dots, r_{k-1}, r_{k+1}, \dots, r_{N-N_{TP}})] \cdot \{C\} = \{H(k, r_1, \dots, r_{k-1}, r_{k+1}, \dots, r_{N-N_{TP}})\}; \\ r_k = \frac{R_0 - C_k}{1 + \frac{S_k}{E_k \cdot F_k}}. \end{cases} \quad (2)$$

где  $k$  – номер наматываемого витка изменяется от 1 до  $N - N_{mp} - N_{ce}$  при намотке головного каната, а при намотке холостого каната  $k$  изменяется от  $N$  до двух;

$[M]$  – матрица левых частей системы уравнений;

$\{H\}$  – вектор правых частей;

$\{C\}$  – вектор неизвестных;

$r_k$  – начальный радиус  $k$ -го навиваемого витка.

Каждый раз в векторе  $\{H\}$  и матрице  $[M]$  используются все компоненты вектора  $\{r\}$  кроме  $k$ -го, что дает возможность последовательно найти вектор  $\{C\}$ , то есть вектора  $\{P\}$  и  $\{u\}$ , а за тем  $r_k$ .

Для удобства матрицу  $[M]$  и вектор  $\{H\}$  можно представить в виде:

$$[M] = \begin{bmatrix} [M1] & [M2] \\ [M3] & [M4] \end{bmatrix}, \quad \{H\} = \begin{Bmatrix} \{H1\} \\ \{H2\} \end{Bmatrix},$$

здесь  $[M1] = [M4] = [E]$  – единичная матрица;  $[M2] = -[W]$ ;

$[W]$  – матрица податливости, в которой  $W_{ij}$  компонент представляет собой радиальное перемещение  $j$ -й канавки, вызванное приложением единичной удельной силы к  $i$ -й канавке [4];

$\{H1\}$  – нулевой вектор.

Выражения для ненулевых компонентов матрицы  $[M]$  и вектора  $\{H\}$  в рекуррентном виде можно записать как условие совместности деформаций:

$$M_{i,i} = 1, \quad M_{i,j+N} = -W_{ij}, \quad M_{i+N,i+N} = 1, \quad (i = 1 \dots N) \quad (3)$$

и закон Гука для навитых витков:

$$M_{i+N,i+N} = \frac{1}{E_k F_k}; \quad (4)$$

$$M_{i+N,i} = \frac{1}{r_i}; \quad (5)$$

$$H_{i+N} = \left( \frac{R_0}{r_i} - 1 \right), \quad (6)$$

при условии  $(i < k - N_{ce}) \vee [(i > k - N_{ce}) \wedge (i < k - N_{mp})]$  для намотки порожнякового и размотки головного каната и условия  $(i < k) \vee [(i > k + N_{ce}) \wedge (i < N - N_{mp})]$  для одновременной намотки грузового и размотки порожнякового, справедливы следующие выражения:

– для каната, наматываемого в  $k$ -ю канавку:

$$M_{k+N, k+N} = 1, H_{k+N} = S_k; \quad (7)$$

– для витков трения холостого каната принимаем линейный закон падения натяжения:

$$M_{2N-m, 2N-Nmp} = -m/Nmp \quad (m = 1 \dots Nmp). \quad (8)$$

После того как определим вектор  $\{C\}$ , прогибы обечайки и натяжения колец, найдем из выражений  $u_{i,k} = C_i$ ,  $P_{i,k} = C_{i+k}$ , причем  $i = 1 \dots k$ .

После этого вычислим деформацию  $k$ -го кольца:

$$\varepsilon_{k,k} = \frac{P_{k,k}}{E_k \cdot F_k} \quad (9)$$

и его радиус в недеформированном состоянии:

$$r_k = \frac{R_0 - u_{k,k}}{1 + \varepsilon_{k,k}}. \quad (10)$$

Для определения начальных условий рекуррентного процесса, т. е. радиусов всех намотанных витков каната в свободном состоянии, рассмотрим процесс намотки головного каната на пустой барабан.

Для намотки первого витка головного каната выражение для соответствующего радиуса имеет вид:

$$r_1 = \frac{R_0 - W_{1,1} \cdot S_1}{1 + \frac{S_1}{E_k \cdot F_k}}.$$

Радиусы следующих витков определяются модифицированным рекуррентным процессом:

$$\begin{cases} [M(k, r_1, \dots, r_{k-1})] \cdot \{C\} = \{H(k, r_1, \dots, r_{k-1})\}; \\ r_k = \frac{R_0 - C_k}{1 + \frac{S_k}{E_k \cdot F_k}}. \end{cases} \quad (k = 2, \dots, N - Nmp - N_{св}) \quad (11)$$

Для определения канатных нагрузок на барабан перейдем от окружных усилий в витках к радиальному давлению:

$$q_{j,k} = \frac{P_{j,k}}{R_0 \cdot t}, \quad (12)$$

где  $t$  – шаг нарезки канавок.

Представленная математическая модель (2)–(12) позволяет определить радиальные перемещения обечайки и радиальное давление от канатной нагрузки, которые возникают в витках каната.

Разработанная выше математическая модель для определения канатных нагрузок (2)–(12) позволяет учитывать ослабление натяжения навитых витков и процесс намотки размотки. Модель была реализована на алгоритмическом языке пакета MathCAD в виде комплекса программ FS, FN, FSN.

В качестве примера реализации математической модели рассмотрим задачу определения канатной нагрузки на заклиненную часть барабана машины ЦР – 6 × 3,4/0,6 для исходных данных, приведенных в табл. 1.

Таблица 1

## Основные характеристики машины ЦР – 6 × 3,4/0,6

Паспортные данные		Параметры заклиненной части	
Высота подъема	697 м	Витков головного каната $N_z$	34
Масса скипа	12000 кг	Витков порожнякового каната $N_n$	34
Масса породы	15300 кг	Свободных канавок $N_{св}$	5
Масса противовеса	19650 кг	Витков трения $N_{тр}$	3
Диаметр каната по ГОСТ 7669-80	57 мм	Общее количество канавок $N$	44

Для данной машины на рис. 2 приведена зависимость натяжений головного и порожнякового канатов при намотке на  $k$ -ю канавку заклиненного барабана, намотке на переставном барабане соответствуют отрицательные номера канавок.

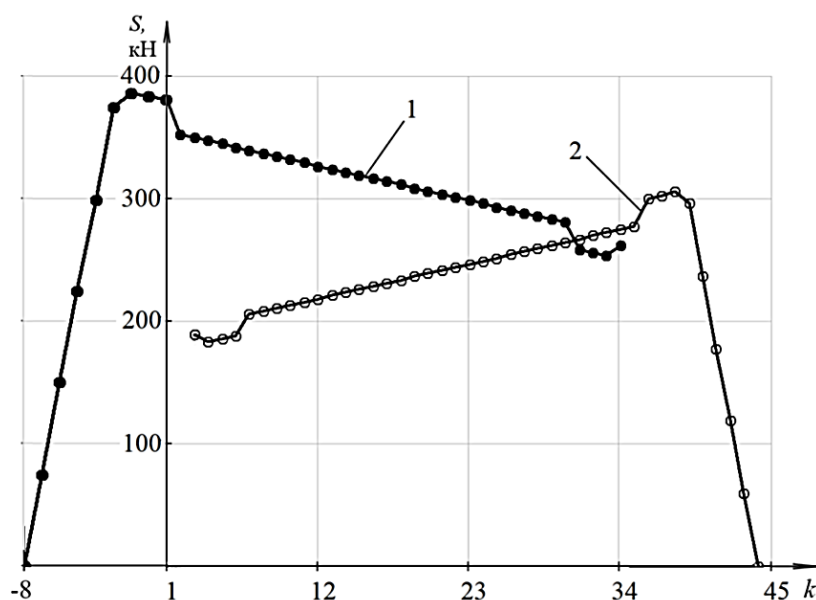


Рис. 2. Зависимость натяжения головного (1) и порожнякового (2) канатов от номера канавки, на которую наматывается соответствующий канат

Расчет радиального канатного давления был выполнен по методикам: Заболотного (без учета ослабления натяжения навитых витков каната), ПАО «НКМЗ» (в предположении постоянного по ширине ослабления натяжения навитых витков каната из-за деформации неподкрепленного барабана) и НГУ (с учетом ослабления навитых витков каната при деформации подкрепленного барабана).

Результаты расчетов приведены в виде графиков распределения давления по ширине заклиненного барабана в зависимости от номера канавки для следующих расчетных случаев: начало подъема груженого скипа (рис. 3), среднее положение скипа в стволе (рис. 4), конец подъема скипа (рис. 5).

Проанализируем первый расчетный случай, при котором весь головной канат находится в стволе, а барабан воспринимает радиальное давление только от витков порожнякового каната. Радиальная нагрузка по кривой 3 аналогична нагрузке по кривой 1, умноженной на поправочный коэффициент уменьшения давления каната  $\psi_0 = 0,873$ .

Из анализа кривой 1 вытекают следующие закономерности. Намотка порожнякового каната начинается с 39-й канавки. На канавках 40–44 навиты витки трения порожнякового каната, и нагрузка от них возрастает до величины давления каната в 39-й канавке по линейному

закону. Увеличение радиального давления при намотке порожнякового каната на 36–39 канавки связано с ускоренным движением противовеса в начале его подъема. В области с 35-й по 7-ю канавку канат наматывается с постоянной скоростью, и нагрузка линейно падает с каждым навитым витком из-за уменьшения длины отвеса каната. В области 3–7 канавок наблюдается уменьшение давления, вызванное торможением движения противовеса.

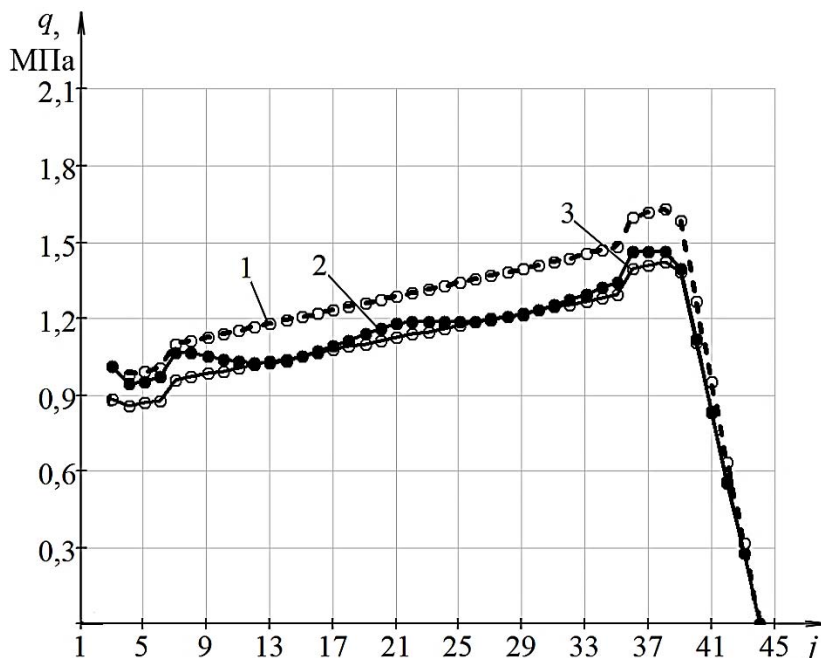


Рис. 3. Распределение радиального давления порожнякового каната в начале подъема головного по ширине заклиненного барабана по методикам:

1 – Заболотного К. С.; 2 – НГУ; 3 – ПАО «НКМЗ»

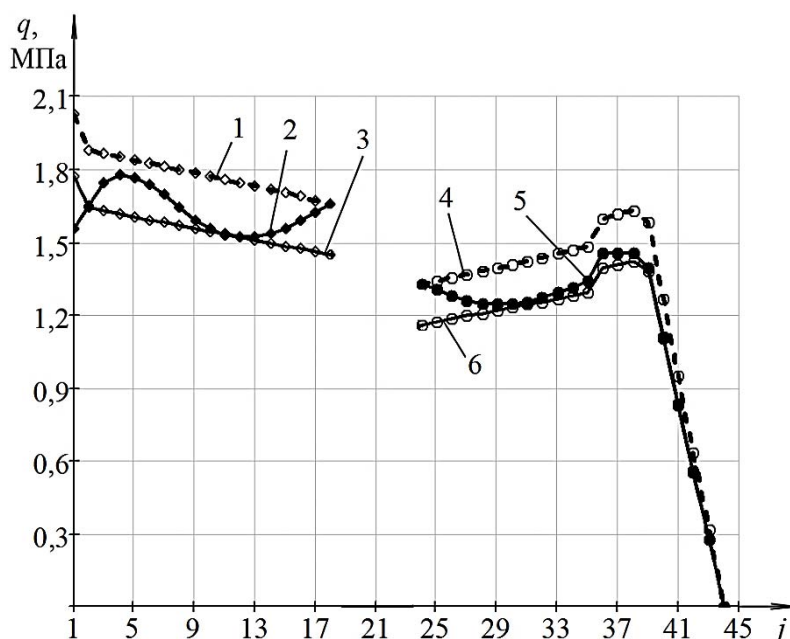


Рис. 4. Распределение радиального давления навитых канатов (1, 2, 3 – головного; 4, 5, 6 – порожнякового) в середине подъема груженого скипа по ширине заклиненного барабана по методикам:

Заболотного К. С. – 1,4; НГУ – 2,5; ПАО «НКМЗ» – 3,6

Из анализа кривой 2 вытекают следующие закономерности. Из-за высокой радиальной жесткости лобовины в ее окрестности давление каната близко к кривой 1. При удалении от лобовин или шпангоутов на восемь витков радиальное давление ослабевает до величины соответствующей кривой 3 на 15 %. Поскольку радиальная жесткость шпангоутов намного меньше, чем лобовины, то в их окрестности радиальное давление занимает промежуточное положение между давлениями по кривым 1 и 3 (0,9 от кривой 1).

Проанализируем второй расчетный случай (середина подъема скипа), при котором на левой части заклиненного барабана намотан головной канат, а на правой остались витки порожнякового каната, т. е. головной канат намотан с 1-й по 18-ю канавку, а порожняковый – с 24-й по 44-ю канавки, между ними пять свободных канавок.

Кривые 4 и 6 на рис. 4 являются частями кривых 1 и 3 на рис. 3.

Кривая 1 (рис. 4) соответствует навитым виткам головного каната. Увеличение радиального давления каната на 1 канавку связано с ускоренным движением скипа в начале его подъема. В области с 2-й по 18-ю канавку канат наматывается с постоянной скоростью, и нагрузка линейно падает с каждым навитым витком из-за уменьшения длины отвеса каната.

Радиальная нагрузка по кривой 3 аналогична нагрузке по кривой 1, умноженной на поправочный коэффициент уменьшения давления каната  $k = 0,873$ .

Расчет по методике НГУ (кривая 2 на рис. 4) показал, что максимальное ослабление радиального давления возникает в первой канавке и составляет 30 %. Это происходит из-за того, что первая канавка находится на свободном краю обечайки, который имеет максимальную податливость. Между канавками расположена лобовина, усиливающая жесткость обечайки, поэтому радиальное давление на четвертую и пятую канавки, слева от лобовины, максимально и ослабевает всего на 4 %. Под действием намотанных витков радиальное давление от головного каната с 5-й по 17-ю канавку ослабевает до 15 %, а нагрузка от порожнякового, с 3-й по 17-ю канавку, ослабевает до 13,2 %.

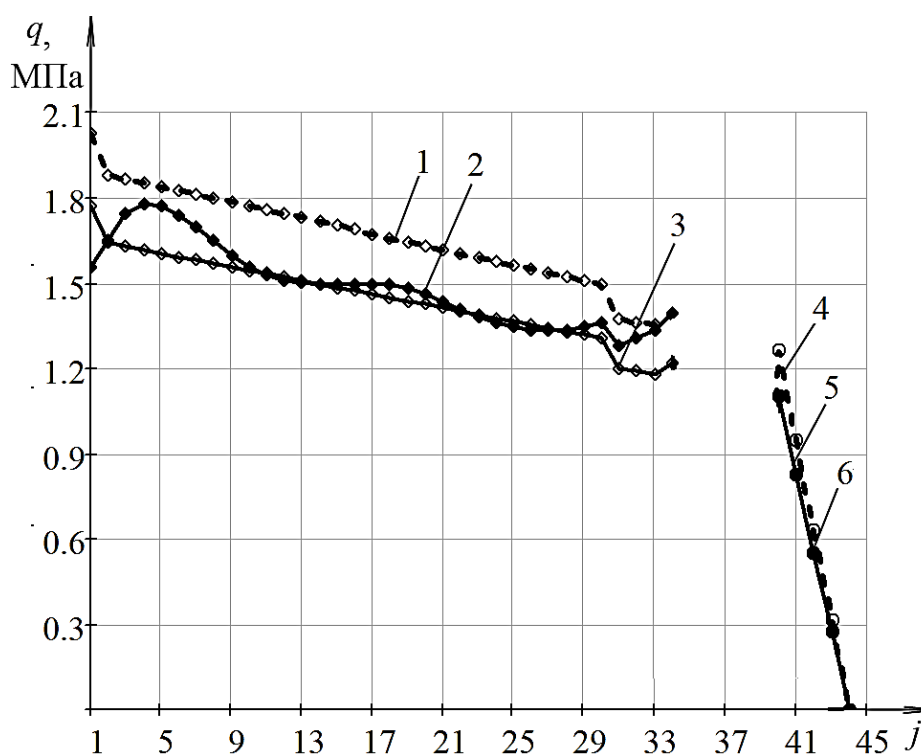


Рис. 5. Распределение радиального давления навитых канатов (1, 2, 3 – головного; 4, 5, 6 – порожнякового) в конце подъема груженого скипа по ширине заклиненного барабана по методикам:

Заболотного К. С. – 1,4; НГУ – 2,5; ПАО «НКМЗ» – 3,6



Проанализируем третий расчетный случай (конец подъема скипа), при котором на левой части заклиненного барабана намотан головной канат, а на правой остались витки трения порожнякового каната, т. е. головной канат намотан с 1-й по 34-ю канавку, а порожняковый с 40-й по 44-ю канавки, между ними пять свободных канавок.

Кривые 1 и 3 на рис. 5 соответствуют кривым 1 и 3 на рис. 4 с той особенностью, что в районе с 31-й по 34-ю канавки происходит ослабление радиального давления, связанное с торможением скипа в конце подъема.

В отличие от расчетов по методикам Заболотного и ПАО «НКМЗ» расчет по методике НГУ показал, что как в районе наматываемого (рис. 4, кривая 2, 18-я канавка), так и в районе сматываемого каната (рис. 4, кривая 5, 24-я канавка) радиальное давление не ослабевает в связи с тем, что отсутствуют навитые витки в зоне между головным и порожняковым канатом.

В соседних витках с наматываемым и разматываемым канатами радиальное давление падает по экспоненте.

Расчет по методике НГУ показал, что поведение кривой 2 на рис. 5 в районе лобовины аналогично кривой 2 на рис. 4. В области неподкрепленной обечайки радиальное давление ослабевает до величины соответствующей кривой 3 на 16 %. В окрестности шпангоутов радиальное давление ослабевает на 11 %.

Рис. 3, 4, 5 соответствовали намотке грузового каната на шестую канавку ( $k = -3$ ), восемнадцатую канавку ( $k = 18$ ) и 34-ю ( $k = 34$ ). Для более детального исследования распределения радиального давления  $q_{k,j}$  навитых канатов от номера навиваемого витка на рис. 6 это распределение представлено как функция двух переменных:  $k$  – номер канавки, на которую наматывается виток,  $j$  – номер канавки, в которой определяется давление.

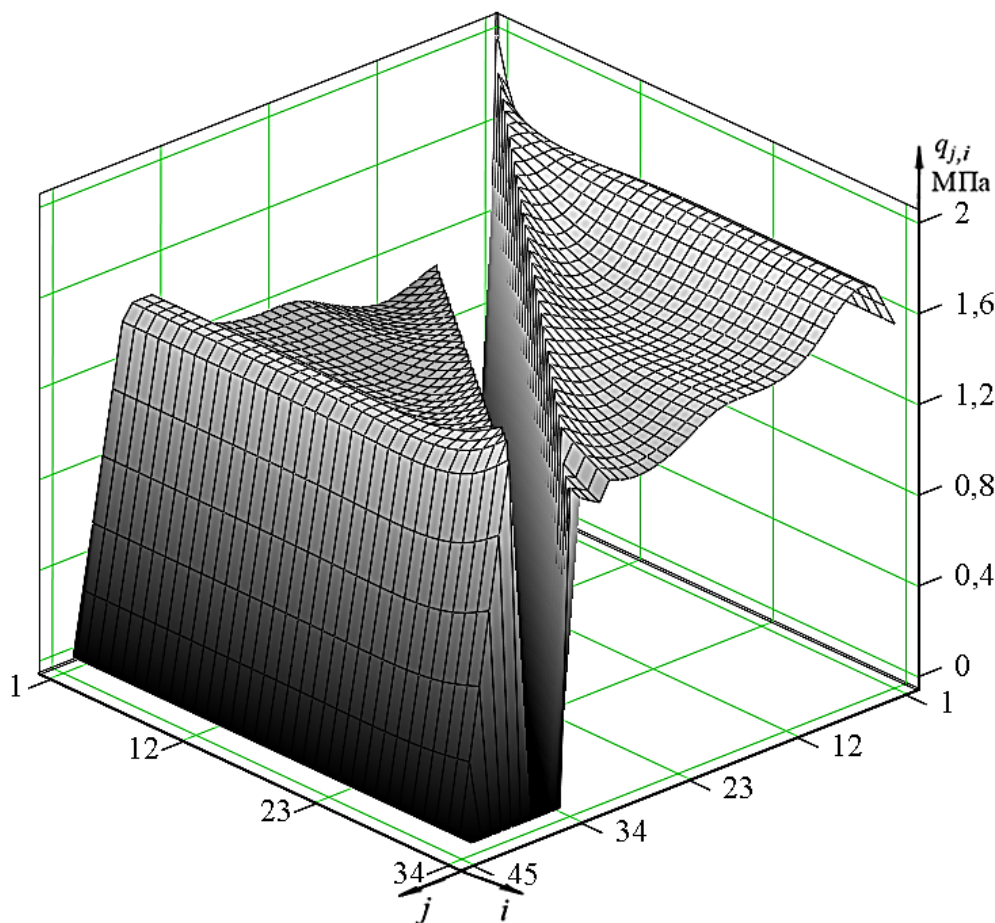


Рис. 6. Зависимость радиального давления  $q_{k,j}$  от номера навиваемого  $k$ -го витка и номера  $j$ -й канавки

Как видно из рис. 5, канатная нагрузка в области с 4–6 витки (зона лобовины) максимальна. Это связано с повышенной радиальной жесткостью лобовины и величиной натяжения  $S_4$ – $S_6$  в верхнем сечении головного каната. Характер изменения радиального давления от номера навиваемого  $k$ -го витка в промежуточных положениях скипа в стволе соответствует характеру кривых 4 и 5 на рис. 4.

Определение радиального давления для всего диапазона изменения номера навиваемого  $k$ -го витка необходимо для определения расчетного случая, при котором в обечайке барабана возникают максимальные напряжения. Например, при анализе влияния шпангоута на работу конструкции необходимо найти такой вариант нагружения, при котором нагрузки на шпангоут будут максимальны.

## ВЫВОДЫ

Разработан метод расчета радиальной нагрузки при намотке и разматке канатов на барабан, состоящий в рекуррентном процессе решения последовательности систем уравнений, соответствующих навивке каждого витка, полученных на основании математической модели намотки каната на барабан ШПМ, в виде последовательного надевания колец с учетом уравнений совместности деформаций, условия упругого деформирования колец, уравнений равновесия.

Разработан метод, позволяющий определить радиальное давление навитых витков с учетом влияния лобовин и подкреплений, а также положения наматываемого и разматываемого канатов.

При удалении от лобовин или шпангоутов на восемь витков радиальное давление ослабевает на 15 %. Из-за высокой радиальной жесткости лобовины в ее окрестности давление каната ослабевает незначительно.

В отличие от расчетов по методикам Заболотного К. С. и ПАО «НКМЗ» расчет по методике НГУ показал, что как в районе наматываемого, так и в районе сматываемого каната радиальное давление не ослабевает, т. к. в зоне между головным и порожняковым канатом отсутствуют навитые витки.

В соседних витках с наматываемым и разматываемым канатами радиальное давление падает по экспоненте.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Заболотный К. С. *Научное обоснование технических решений по повышению канатоемкости и уменьшению габаритов шахтных подъемных машин с цилиндрическими барабанами* : автореф. дис. ... д-ра техн. наук / К. С. Заболотный. – Днепропетровск : ДГИ, 1997. – 24 с.
2. Шевченко Ф. Л. *Расчет подъемных машин на прочность методом начальных параметров* / Ф. Л. Шевченко // *Изв. вузов. Горн. журн.* – 1971. – № 9. – С. 122–126.
3. Ковальский Б. С. *Нагрузка канатных барабанов и бобин* / Б. С. Ковальский // *Стальные канаты* : сб. статей. – Киев : Техника, 1966. – Вып. 3. – С. 89–106.
4. Заболотный К. С. *Разработка физической модели барабана шахтной подъемной машины* / К. С. Заболотный, М. А. Рутковский, А. Л. Жупиев // *Проблемы и перспективы совершенствования горного оборудования* : Форум горняков : материалы международной конф. 03–06 окт. 2012 г., Днепропетровск. – Днепропетровск, 2012. – С. 186–193.